بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی

کنترل اتوماتیک ریون

و

تشریح کامل مسائل

ترجمه و گردآوری:

دکتر مهرداد نوری خاجوی

(عضو هیئت علمی دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی)

مهندس حبیب کبیرخواه

(کارشناس اتومکانیک)

سر شناسه : نوری خاجوی، مهرداد، ۱۳۴۷ -
عنوان و نام پدید آور : کنترل اتوماتیک ریون و تشریح کامل مسائل/ ترجمه و گرد آوری مهرداد نوری خاجوی، حبیب کبیر خواه.
مشخصات نشر : تهران : دانشگاه شهید رجائی، ۱۳۸۷.
مشخصات ظاهری : ر ، ۳۴۴ ص.: مصور ، نمودار .
شابک : 0 – 29 – 2651 – 964 – 978
وضعیت فهرست نویسی : فیپا.
یاداشت : کتاب حاضر راهنمای کتاب "کنترل خودکار" نوشته فرانسیس ریون است.
عنوان دیگر : کنترل خودرو
موضوع : مهندسی کنترل
موضوع : مهندسی کنترل – مسائل، تمرین ها و غیره (عالی)
شناسنامه افزوده : کبیر خواه ، حبیب، ۱۳۵۹ –
شناسنامه افزوده : ریون، فرانسیس هاروی، ۱۹۲۸ - م. کنترل خودرو
شناسنامه افزوده : دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی.
رده بندی کنگره : TJ ۲۱۳/ ک۹ر۹۲۸ ۱۳۸۷
رده بندی دیویی : ۸۳ / ۶۲۹
شماره کتابشناسی ملی : ۱۶۲۸۸۵۶

عنوان : کنترل اتوماتیک ریون و تشریح کامل مسائل
مولفان : مهرداد نوری خاجوی، حبیب کبیرخواه
چاپ اول : بهار ۱۳۸۸
انتشارات : دانشگاه تربیت دبیر شهید رجائی
لیتوگرافی : چاپ رنگ آشنا سبز
چاپ : برهان
ناظرفنی : شهرام طهماسبی
شمارگان : ۱۰۰۰
قیمت : ٤٨٠٠ تومان
شابک : ۹۷۸-۹٦٤-۲٦٥۱-۲۹-۰ ISBN: 978 – 964 – 2651 – 29 –0

نشانی: تهران، لویزان – کد پستی ۱٦۷۸۸ – صندوق پستی ۱٦۳ – ۱٦۷۸٥ – تلفن: ۹ – ۲۲۹۷۰۰٦۰
نمابر: ۲۲۹۷۰۰۰۳ پست الکترونیکی: sru@srttu.edu

تقدیم به پدر و مادرم،

همسرم و امید و آریا

مهرداد نوری خاجوی

تقدیم به تمام استادان زندگی‌ام به خصوص

پدر و مادر مهربانم

حبیب کبیرخواه

پیشگفتار

کنترل خودکار یکی از دروس مشترک اغلب رشته های فنی ومهندسی است. ایـن درس یکـی از دروس اصلی و کاربردی رشته های مهندسی می باشد. به جز گرایش کنترل در رشته مهندسی بــرق که جنبه های مختلف این علم را در قالب درسهای سه واحدی مانند: کنترل کلاسیک، کنترل مدرن، کنترل غیـر خطی ، کنترل صنعتی ،کنترل دیجیتال، کنترل کـامپیوتری، کنتـرل تطبیقـی، کنتـرل شـبکه عـصبی، کنترل فرایندهای اتفاقی، کنترل فازی و .... مورد بررسی قرار می دهد ، در دیگر رشـته هـای مهندسـی این درس به عنوان درسی دو ویا سه واحدی ارائه می گردد. مسلمـــاً در این زمان محدود، فقط می توان به بررسی اصول کنترل کلاسیک پرداخت.

با توجه به سابقه تدریس ۱۸ ســـــاله مولـف در ایـن درس و نظـر بـه اهمیـت و کـاربرد ایـن درس و کمبـــود ساعت تـدریس در طـول یـک نیمـسال تحـصیلی بـر آن شـدیم کـه حـل مـسائل یکــــی از بهـتـریـــن کتب موجود در این زمینه، یعنی کتاب کنترل خودکار تالیف پروفسـور فرانسیس ریـون ، را منتشر کنیم. کتاب کنترل خودکار پروفسور ریـون از جمله معدود کتابهایی است که بـا مثالهـا و مـساله های مکانیکی دیـد و ذهنیت واضحی برای خواننده ازاصول وکاربردهای علم کنترل ایجاد می‌کنـد. ایـن کتاب توسط مولف به فارسی ترجمه و چاپ شده است.

در خصوص استفاده از این کتاب توسط دانشجویـان محترم اکیداً توصیه مـی شـود تنهـا زمـانی بـه آن مراجعــه شود که وقت و زمان کافی برای حل مساله توسط خود دانشجو صـرف شــــــده باشـد و ایـن مراجعه بیشتر برای مقایسه راه حل دانشجو و راه حل پیشنهادی در کتاب باشـد. ایـن روش اسـتفاده از کتاب، بیشترین بازده را دارد.

(مسائل ارائه شده در کتاب مباحث کنترل کلاسیک را پوشش می دهد)

اسفند ماه ۱۳۸۶

مهرداد نوری خاجوی
Mehrdadnouri@ieee.org

مقدمه

در تمامی طول تاریخ تمدن بشری ، انسان در تلاش به کنترل در آوردن محیط زندگی خود بوده است. این مهم توسط شعور و ذکاوت خدادادی انسان ممکن شده است. انسان در عصر حجر با ساخت ابزار و سلاح از جنس سنگ و استخوان موفق به رام کردن و کنترل حیوانات قوی و وحشی و انجام کارهای سخت توسط آنان گشته است. در عصر فضا نیز با ساخت
سفینه های فضایی و کنترل آن قادر به تسخیر فضا گشته است.

تاریخچه علم کنترل

انقلاب صنعتی با اختراع موتوربخار آغاز می شود. یکی از مسائلی که ذهن مهندسین را بعد از این اختراع به خود مشغول کرده بود ، کنترل دور موتور بدون دخالت اپراتور و بصورت خودکار بود.
جیمز وات [1] در ۱۷۶۹ با اختراع گاورنر و باز خورد دور موتور، توانست دور موتور را کنترل کند. بدین ترتیب اولین سیستم کنترل خودکار یک ماشین ساخته شد. وات در سال ۱۸۶۸ در مقاله خود در خصوص گاورنرها معادلات دیفرانسیل حاکم بر عملکرد گاورنر را بدست آورده و با خطی سازی آن حول نقطه کاری نشان داد که پایداری یک سیستم بستگی به محل ریشه های معادله مشخصه سیستم دارد.
مساله تعیین پایداری سیستمهای خطی توسط روث[2] (۱۹۰۵) و هورویتز (۱۸۷۵) بررسی و منجر به تدوین معیارپایداری به نام خودشان شد. لیاپانوف [3] ریاضیدان روس پایداری سیستمهای غیر خطی را در ۱۸۹۳ مورد مطالعه قرارداد. نایکویست پایداری سیستمهای خطی را حوزه فرکانس در ۱۹۳۲ بررسی کرد. اوانس [4] در ۱۹۴۸ روش مکان هندسی ریشه ها را جهت طراحی سیستمهای کنترل ابداع کرد.
ظهور کامپیوترهای دیجیتال در ۱۹۵۰ منجر به توسعه روش فضای حالت جهت حل معادلات دیفرانسیل در حوزه زمان توسط روشهای ماتریسی شد. ایده طراحی بهینه اول بار توسط ریاضیدان آمریکایی نوربرت وینر [5] مطرح گشت. روش برنامه ریزی دینامیکی توسط بلمن [6] در۱۹۵۷ ارائه شد.
کالمن [7] در اولین کنفرانس بین اللملی کنترل خودکار IFAC در سال ۱۹۶۰مفاهیم کنترل پذیری و مشاهده پذیری را معرفی کرد.

---

[1] **James Watt** [2] **Lyapunov** [3] **Nyquis**
[4] **Evans** [5] **Norbert Winer** [6] **Bellma**
[7] **Kalman**

هم او بود که نشان داد وقتـــی که معادلات دینامیکی سیستم خطی باشد و معیار عملکرد نیز درجه دو باشد، آنگاه این مساله ریاضی دارای یک حل صریح بوده که منجر بـه قـانون کنتـرل بهینـه مـی گـردد. کالمن در ۱۹۶۱ ایده یک فیلتر بهینه (کالمن فیلتـر) را ارائـه داد. در اهمیـت کـاربردی ایـن فیلتـر همین کافی است که بدون آن امکان تسخیر فضا ممکن نبود. در سال ۱۹۸۰ کارهای آتنز[1] و سافانوف[2] منجر به تئوری کنترل مقاوم گشت.

تئوری شبکه های عصبی مصنوعی[3] که ایده اصلی آن از طرز کار نرونها در مغز انـسان گرفتـه شـده بـر اساس کارهای روزنبلات[4] (۱۹۶۱) ، کوهنن[5] (۱۹۸۷) ، ویدرو[6] و هوف[7] (۱۹۶۶) توسعه یافت.

مفهوم منطق فازی توسط پروفسور لطفی زاده استاد ایرانـی الاصـل دانـشگاه برکلـی در سـال ۱۹۶۵ در مقاله معروفش با عنوان تئوری مجموعه های فازی مطرح می گردد. این تئـوری بـه کامپیوترهـا امکـان شبیه سازی فرایندهای تصمیم گیری که در مغز انسان صورت مـی گیـرد را مـی دهـد. همچنـین ایـن تئوری امکان طراحی و پیاده سازی یک سیستم کنترل مقاوم بدون نیاز به مدل ریاضی برای سیستم را ممکن می کند.

همانطوریکه در این مقدمه کوتاه واضح است، ایده تمامی پیشرفتها و ابداعات علمی، در طبیعت و وجـود خود انسان به عنوان اشرف مخلوقات، نهفته است. مسلماً در ادامه پیشرفتهای علمی بشر نیز، الهام بخش اصلی همانا طبیعت و بشر می باشد. لذا شکر گزاری انسان از تمامی نعمتهای کـه خداونـد تعـالی بـه او هدیه کرده است لازم، ولی کافی نیست.

اسفند ماه ۱۳۸۷

مهرداد نوری خاجوی

حبیب کبیرخواه

فهرست

عنـــــــــوان **صفحه**

فصل دوم:

ارائه اجزاء سیستم

خلاصه مباحث این فصل :

۩ نماد گذاری اوپراتوری:

در نوشتن معادله عملکرد سیستمهای کنترلی ، بهره گیری از نمادگذاری اوپراتوری کار را بسیار آسان می کند.

$$D^n = \frac{d^n}{dt^n} \qquad n = 1,2,3,...$$

اوپراتورِ نمادی است که مشتقگیری به زمان را نشان می دهد. برای نمونه اگر x و y تابعی از زمان باشند آنگاه

$$D(x+y) = \frac{d}{dt}(x+y) = \frac{dx}{dt} + \frac{dy}{dt} = Dx + Dy$$

۩ یکی از مهمترین کارها در تحلیل و طراحی سیستمهای کنترلی ، مدلسازی ریاضی این سیستمها می باشد. انواع سیستمهایی که در این فصل مدلسازی می شوند عبارتند از :

۱) سیستمهای الکتریکی ۲) سیستمهای سیالاتی

۳) سیستمهای مکانیکی ۴) سیستمهای حرارتی

۩ در مورد سیستمهای الکتریکی ، راه متداول ، نوشتن معادلات مبتنی بر دو قانون کیرشهف است:

۱) در یک گره از مدار ، مجموع جریانهای ورودی و خروجی صفر است: $\sum I = 0$

۲) در یک حلقه از مدار ، مجموع ولتاژها برابر صفر است : $\sum V = 0$

۩ معادلات توصیف کننده حرکت سیستمهای مکانیکی از قانون نیوتن بدست می آید.

۩ سیستم خطی :

سیستم شامل فنر k و جرم m و نیروی خارجی F می باشد :

$$\sum F = ma \rightarrow m\frac{d^2x}{dt^2} + f\frac{dx}{dt} + kx = F$$

۩ سیستم پیچشی :

سیستم شامل فنر پیچشی k_t ، دمپر پیچشی f_t ، ممان اینرسی J و گشتاور خارجی T می باشد:

$$\sum T = J\alpha \rightarrow J\frac{d^2\theta}{dt^2} + f_t\frac{d\theta}{dt} + k_t\theta = T$$

مدارهای الکتریکی:

۱) مدار سری الکتریکی:

در مدارهای سری ، اختلاف پتانسیل کل E برابر مجموع اختلاف پتانسیلهای هریک از عناصر و شدت جریان برای تمام مدار یکسان است.

۲) مدار موازی الکتریکی :

در مدارهای موازی الکتریکی شدت جریان ورودی هر شاخه برابر جمع جبری شدت جریانها در آن گره یا محل تقاطع بوده و اختلاف پتانسیل برای کلیه عناصر موازی یکسان است.

عناصر مکانیکی :

۱) عناصر مکانیکی به طور سری :

در این مدارها نیروی f برابر مجموع نیروهای عناصر و تغییر مکان x برای تمام عناصر یکی می باشد.

۲) عناصر مکانیکی به طور موازی :

در این مدارها تغییر مکان x برابر مجموع تغییر مکانهای یکایک عناصر است و نیروی f برای تمام عناصر یکی می باشد.

نکته: شرط موازی بودن مدارهای مکانیکی آن است که نیرو برای تمام عناصر یکی باشد که برای فنر و دمپر این موضوع صادق است یعنی نیروی دو طرف این عناصر یکی می باشد ولی برای جرم این موضوع صادق نیست و به علت وجود نیروی اینرسی ، نیرو دیگر در طرفین یکی نخوا هد بود و اگر جرم بین عناصر دیگر قرار گیرد نمی تواند با آنها موازی باشد مگر در حالتی که جرم آخرین عنصر باشد که در این حالت می توان آن را با عناصر دیگر موازی دانست.

سیستمهای مکانیکی را میتوان بوسیله مدارهای الکتریکی نشان داد که نسبت به مدلهای سیستمهای مکانیکی راحتر تحلیل می شوند.

تشابه بین ولتاژ- نیرو :

در این تشابه ، از مقادیر مشابه مکانیکی و الکتریکی به صورت زیر استفاده می شود:

سیستم مکانیکی		سیستم الکتریکی	
نیرو	F	ولتاژ	e
جرم	m	القاءگر	L
ضریب میرایی(اصطکاک)	f	مقاومت	R
ضریب فنر	k	عکس ظرفیت	1/c
تغییرمکان	y	بار	q
سرعت تغییرمکان	$\dot{y}$	جریان	i

نکته:

۱) در تشابه ولتاژ- نیرو ، مدار الکتریکی و مدار مکانیکی ، هر دو دارای شکل یکسانی می باشند.

۲) در روش ولتاژ- نیرو ، عناصر مکانیکی سری را به صورت سری الکتریکی و عناصر مکانیکی موازی را به صورت موازی الکتریکی می بندیم.

تشابه بین جریان – نیرو:

در این تشابه ، از مقادیر مشابه مکانیکی و الکتریکی به صورت زیر استفاده می شود:

سیستم مکانیکی		سیستم الکتریکی	
نیرو	F	جریان	i
جرم	m	ظرفیت	c
ضریب میرایی(اصطکاک)	f	عکس مقاومت	1/R
ضریب فنر	k	عکس القاءگر	1/L
تغییرمکان	y	شارمغناطیسی	ψ
سرعت تغییرمکان	V	ولتاژ	e

نکته:

۱) در تشابه جریان – نیرو ، مدار الکتریکی و مدار مکانیکی هر دو دارای شکل یکسانی نمی باشند.

۲) در روش جریان – نیرو ، عناصر مکانیکی سری را به صورت موازی الکتریکی و عناصر مکانیکی موازی را به صورت سری الکتریکی می بندیم.

♕ سیستمهای گرمایی :

در اختلاف دمای کم ، شدت گذر گرما به یک جسم ، همتوان با اختلاف دمای جسم و محیط است.
$$Q = hA(T_1 - T) = \frac{T_1 - T}{R_T}$$

که در آن Q = شدت گذر گرما ، h = ضریب گذر گرما از روی جسم ، A = سطح ، T=دمای جسم ، T_1 = دمای هوای محیط است.

⋆ در همسانسازی سر راست دما – ولتاژ داریم :

$T \sim E$ $Q \sim I$ $R_T \sim R$ $C_T \sim C$

⋆ در همسانسازی وارون یا همسانی دما – جریان داریم :

$T \sim I$ $Q \sim E$ $R_T \sim 1/R$ $C_T \sim L$

♕ سیستمهای سیالاتی :

۱) سیال تراکم ناپذیر:

هنگامیکه اختلاف فشار دو سوی یک دریچه کم باشد، شار حجمی(Q) بـا اخـتلاف فـشار دو سوی دریچه متناسب است.
$$Q = \frac{P_1 - P}{R_F}$$

⋆ در همسانسازی سر راست یا همسانی فشار – ولتاژ داریم :

$P \sim E$ $Q \sim I$ $R_F \sim R$ $C_F \sim C$

⋆ در همسانسازی وارون یا همسانی فشار – جریان داریم :

$P \sim I$ $Q \sim E$ $R_F \sim 1/R$ $C_F \sim L$

۲) سیال تراکم پذیر :

در اختلاف فشار کم ، شار جرم گذرنده از یک دریچه ، با اختلاف فشار دو سوی آن ، P_1-P، متناسب است.
$$M = \frac{P_1 - P}{R_F}$$

⋆ نتایج همسانی سرراست یا همسانی فشار – ولتاژ، مانند حالت سیال تراکم ناپذیر است ، تنها Q با M جایگزین می شود.

تمرین ها:

تمرین ۱- با f(t) = 4t و y(0) = 0 ، برای هر یک از دو معادله زیر پاسخ y(t) را بیابید .

$$(a)\ y(t)=\frac{1}{D}f(t)$$

$$(b)\ y(t)=\frac{1}{D+2}f(t)$$

حل مسأله ....

$$f(t)=4t,\quad y(0)=0$$

$$a)\,y(t)=\frac{1}{D}f(t)=\int 4t\,dt=2t^2+c\rightarrow y(0)=c=0\rightarrow y(t)=2t^2$$

$$b)\,y(t)=\frac{1}{D+2}f(t)=e^{-2t}\left[\int f(t)e^{2t}dt+c\right]=e^{-2t}\left(e^{2t}(2t-1)+c\right)=$$
$$=(2t-1)+ce^{-2t}\rightarrow$$
$$\rightarrow y(0)=-1+c=0\rightarrow c=1\rightarrow y(t)=(2t-1)+ce^{-2t}$$

تمرین ۲- پرسش ۱ را با دیگربرای $f(t)=4\sin 2t$ پاسخ دهید .

حل مسأله ....

$$f(t)=4\sin 2t\qquad ,\ y(0)=0$$

$$a)\,y(t)=\frac{1}{D}f(t)=4\int\sin 2t\,dt=-2\cos 2t+c\rightarrow y(0)=-2+c=0\rightarrow c=2\rightarrow$$
$$\rightarrow y(t)=2(1-\cos 2t)$$

$$b)\,y(t)=\frac{1}{D+2}f(t)=e^{-2t}\left[\int f(t)e^{2t}dt+c\right]=e^{-2t}\left[4\int e^{2t}\sin 2t\,dt+c\right]=$$
$$=e^{-2t}\left[e^{2t}(\sin 2t-\cos 2t)+c\right]\rightarrow y(t)=\sin 2t-\cos 2t+ce^{-2t}\rightarrow y(0)=$$
$$=-1+c=0\rightarrow c=1\rightarrow$$
$$\rightarrow y(t)=\sin 2t-\cos 2t+e^{-2t}$$

تمرین۳- با $f(t)=e^{-t}$, $y(0)=0$ معادله های زیر را پاسخیابی کنید .

$$(a)\ y(t)=\frac{1}{D}f(t)$$
$$(b)\ y(t)=\frac{1}{D}Df(t)$$
$$(c)\ y(t)=\frac{1}{D-1}f(t)$$
$$(d)\ y(t)=\frac{1}{D-1}(D-1)f(t)$$

حل مسأله ....

$$f(t)=e^{-t}\quad ,y(0)=0$$
$$a)\,y(t)=\frac{1}{D}f(t)=\int f(t)dt=\int e^{-t}dt=-e^{-t}+c\rightarrow y(0)=-1+c=$$
$$=0\rightarrow c=1\rightarrow$$
$$\rightarrow y(t)=1-e^{-t}$$

$$b)\,y(t)=\frac{1}{D}Df(t)=\frac{1}{D}(-e^{-t})=\int(-e^{-t})dt=e^{-t}+c\rightarrow y(0)=$$
$$=1+c=0\rightarrow c=-1\rightarrow$$
$$\rightarrow y(t)=e^{-t}-1$$

$$c)\,y(t)=\frac{1}{D+1}f(t)\rightarrow y(t)=e^{t}\left[\int e^{-t}e^{-t}dt+c\right]=e^{t}\left[\frac{-e^{-2t}}{2}+c\right]\rightarrow$$
$$y(0)=-\frac{1}{2}+c=0\rightarrow$$
$$\rightarrow c=\frac{1}{2}\rightarrow y(t)=\frac{1}{2}(e^{t}-e^{-t})$$

$$d)\, y(t)=\frac{1}{D-1}(D-1)f(t)=\frac{1}{D-1}(-e^{-t}-e^{-t})=\frac{-2e^{-t}}{D-1}\rightarrow y(t)=$$
$$=-2e^{t}\left[\int e^{-2t}dt+c\right]=$$
$$=-2e^{t}\left[\frac{-e^{-2t}}{2}+c\right]=e^{-t}-2ce^{t}\rightarrow y(0)=1-2c=0\rightarrow c=\frac{1}{2}\rightarrow$$
$$\rightarrow y(t)=e^{-t}-e^{t}$$

تمرین ۴- معادله های زیر را برای $y(0)=0, f(t)=\sin t$ **پاسخیابی کنید .**

$$(a)\ y(t)=\frac{1}{D}f(t)$$
$$(b)\ y(t)=\frac{1}{D}Df(t)$$
$$(c)\ y(t)=\frac{1}{D+1}f(t)$$
$$(d)\ y(t)=\frac{1}{D+1}(D+1)f(t)$$

حل مسأله ....

$$f(t)=\sin t,\qquad y(0)=0$$
$$a)\, y(t)=\frac{1}{D}f(t)=\int \sin t dt=-\cos t+c\rightarrow y(0)=-1+c=0\rightarrow$$
$$\rightarrow c=1\rightarrow y(t)=1-\cos t$$

$$b)\, y(t)=\frac{1}{D}Df(t)=\frac{1}{D}\cos t=\int \cos t dt=\sin t+c\rightarrow$$
$$\rightarrow y(0)=c=0\rightarrow y(t)=\sin t$$

$$c)\, y(t)=\frac{1}{D+1}f(t)=e^{-t}\left[\int e^{t}\sin t dt+c\right]=$$
$$=e^{-t}\left[\frac{e^{t}}{2}(\sin t-\cos t)+c\right]\rightarrow y(t)=\frac{1}{2}(\sin t-\cos t)+ce^{-t}\rightarrow$$
$$\rightarrow y(0)=-\frac{1}{2}+c=0\rightarrow c=\frac{1}{2}\rightarrow y(t)=\frac{1}{2}(\sin t-\cos t+e^{-t})$$

$$d)\, y(t)=\frac{1}{D+1}(D+1)f(t)=\frac{1}{D+1}\left[f'(t)+f(t)\right]=$$
$$=\frac{1}{D+1}(\cos t+\sin t)\rightarrow y(t)=e^{-t}\left[\int e^{t}(\cos t+\sin t)dt+c\right]=$$
$$=e^{-t}\left[e^{t}\sin t+c\right]=\sin t+ce^{-t}\rightarrow y(0)=c=0\rightarrow$$
$$\rightarrow y(t)=\sin t$$

تمرین ۵- در هر یک از معادله های زیر ، آغازینه $f(t)=e^{2t}$ را به گونه ای بیابیـد کـه زدن اوپراتورها شدنی باشد.

$$(a)\;\; y(t)=\frac{1}{D}Df(t)$$
$$(b)\;\; y(t)=\frac{1}{D}D^{2}f(t)$$
$$(c)\;\; y(t)=\frac{1}{D+1}(D+1)f(t)$$
$$(d)\;\; y(t)=\frac{1}{D+1}(D+1)^{2}f(t)$$

حل مسأله ....

$$a)\;\; y(t)=\frac{1}{D}Df(t)=f(t)\qquad\Rightarrow\;\; y(0)=f(0)=1$$
$$y(t)=\frac{1}{D}f(t)=\int f'(t)dt=f(t)+c$$

برای اینکه $y(t)=f(t)\;\;\Rightarrow$ پس $y(0)=f(0)=1$

بنابراین $c=0$

$$b)\, y(t)=\frac{1}{D}D^2 f(t)=f'(t) \quad \Rightarrow \quad y(0)=f'(0)=2$$

$$y(t)=\int f''(t)dt=f'(t)+c$$

برای اینکه $y(t)=f'(t)$ پس $y(0)=f'(0)=2$ $\quad c=0$

$$c)\, y(t)=\frac{1}{D+1}(D+1)f(t)=f(t) \qquad y(0)=f(0)=1$$

$$y(t)=\frac{1}{D+1}\left[f'(t)+f(t)\right]=e^{-t}\left[\int f'(t)e^t dt+\int f(t)e^t dt+c\right]=$$

$$=e^{-t}\left[e^t f(t)-\int f(t)e^t dt+\int f(t)e^t dt+c\right]=f(t)+ce^{-t}$$

برای اینکه $y(t)=f(t)$ پس $y(0)=f(0)=1$ $\quad c=0$

$$d)\, y(t)=\frac{1}{D+1}(D+1)^2 f(t)=(D+1)f(t)=f'(t)+f(t)$$

$$y(0)=f'(0)+f(0)=2+1=3 \qquad y(t)=\frac{1}{D+1}(D^2+2D+1)f(t)$$

$$=e^{-t}\left[\int f''(t)e^t dt+2\int f'(t)e^t dt+\int f(t)e^t dt+c\right]=$$

$$=e^{-t}\left[e^t f'(t)-\int f'(t)e^t dt+2(e^t f(t)-\int f(t)e^t dt+\int f(t)e^t dt+c\right]=$$

$$=e^{-t}\left[e^t f'(t)-e^t f(t)+\int f(t)e^t dt+2e^t f(t)-\int f(t)e^t dt+c\right]=$$

$$=f'(t)+f(t)+ce^{-t}$$

برای اینکه $y(t)=f'(t)+f(t)$ پس $y(0)=f'(0)+f(0)=2+1=3$

بنابراین $c=0$

تمرین ۶- برای هر یک از دستگاههای مکانیکی نشان داده شده ، خواسته های زیر را بیابید .

a) دستور پیوند x, f

b) دستور پیوند y, f

c) دستور پیوند y, x